امتحـــــان تجـريـبـــــي
26-28-29 مارس 2005

ثانويـة : القاضي عياض – مراكش المنارة
المـادة : الرياضيـــات
الشعبة : العلـــوم التجريبيـــة
المستوى : الثانية ثانو

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غيرالقابلة للبرمجة) **rm**

التمرين الأول
نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط :

$$B(-1,2,1)\ ;\ A(-2,0,4)\ ;\ \Omega(-1,0,2)$$

1) بين أن معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها Ω والمار من A هي : $x^2+y^2+z^2+2x-4z=0$

2) ليكن المستقيم (D) المعرف بالتمثيل البارامتري التالي : $(k\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=k \\ y=-2k \\ z=-3-4k \end{cases}$

أ- احسب $d\left(\Omega,(D)\right)$ ثم استنتج أن المستقيم (D) مماس للفلكة (S).

ب- بين أن $B\in(D)$ وأن $(\Omega B)\perp(D)$

ج- استنتج نقطة تماس المستقيم (D) والفلكة (S).

التمرين الثاني
نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $u_0=0$ و $u_{n+1}=3u_n-2^n$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

1) بين أنه لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n\leq 0$

2) بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ تناقصية.

3) لتكن المتتالية العددية $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث $v_n=2^n-u_n$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

أ- بين أن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها 3

ب- احسب v_n ثم u_n بدلالة n

ج- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4) نضع : $S_n=u_0+u_1+u_2+\dots\dots\dots u_{n-1}$ حيث $n\geq 1$

بين أن : $S_n=2^n-\dfrac{1+3^n}{2}$

التمرين الثالث
1) اكتب على الشكل الجبري العدد العقدي $(3+i)^2$

2) نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة (E) : $z^2-(1+3i)z-4=0$

وليكن z_1 و z_2 حلي المعادلة (E) حيث $\Re e(z_1)\prec 0$

أ- حل المعادلة (E)

ب- اكتب كلا من z_1 و z_2 على الشكل المثلثي

ج- بين أن : $z_1^3=z_2$

3) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$ النقط I و M و N التي ألحاقها على التوالي i و α و 2α حيث α عدد عقدي ليس تخيليا صرفا.

أ- بين أن : $\alpha+\overline{\alpha}=0 \iff \dfrac{\alpha-i}{2\alpha-i}\in\mathbb{R}$ (نذكر أن $\overline{\alpha}$ هو مرافق العدد العقدي α)

ب- استنتج أن النقط I و M و N غير مستقيمية.

امتحـــــان تجـريـبـــــي
26-28-29 مارس 2005

ثانويـة : القاضي عياض – مراكش المنارة		المـادة : الرياضيـــات
الشعبة : العلــــوم التجريبيـــة	rm	المستوى : الثانية ثانوي

التمرين الرابع

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x)=1+(x-1)e^{x}$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

2) احسب $g'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم اعط جدول تغيرات الدالة g.

3) استنتج أن : $g(x)\succ 0 \quad (\forall x\in]-\infty,0[)$

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=2-\dfrac{2}{x+1}-\ln(x+1); x\geq 0 \\ f(x)=x+2+(x-2)e^{x}; x\prec 0 \end{cases}$$

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (وحدة القياس $2cm$)

1) أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب- بين أن الدالة f متصلة في النقطة **0** .

2) بين أن : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x\succ 0}}\dfrac{f(x)}{x}=1$ وأن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x\prec 0}}\dfrac{f(x)}{x}=0$ وأول النتيجتين هندسيا.

3) أ- بين أنه لكل x من $]-\infty,0[$ $\quad f'(x)=g(x)$

ب- بين أن إشارة $f'(x)$ على $]0,+\infty[$ هي إشارة $1-x$

ج- أعط جدول تغيرات الدالة f

4) أ- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+2$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ب- بين أن : $\dfrac{\ln(x+1)}{x}=\dfrac{\ln x}{x}+\dfrac{1}{x}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right) \quad (\forall x\in]0,+\infty[)$ ثم ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

5) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β في المجال $[3,4]$

(نأخذ $f(3)=0{,}12$ و $f(4)=-0{,}01$)

6) ارسم (C_f) (نقبل أن $\omega(3,f(3))$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)) (ونأخذ $\ln 2=0{,}7$)

III) لتكن h قصور الدالة f على المجال $[1,+\infty[$

1) بين أن h تقابل من $[1,+\infty[$ نحو مجال J يجب تحديده

2) بين أن : $(h^{-1})'(0)=\dfrac{(1+\beta)^{2}}{1-\beta}$